

技術士一次試験基礎科目 この問題が難しい H30 ニュートン法

平成30年度

I-3-4 下図は、ニュートン・ラフソン法（ニュートン法）を用いて非線形方程式 $f(x)=0$ の近似解を得るためのフローチャートを示している。図中の（ア）及び（イ）に入れる処理の組合せとして、最も適切なものはどれか。

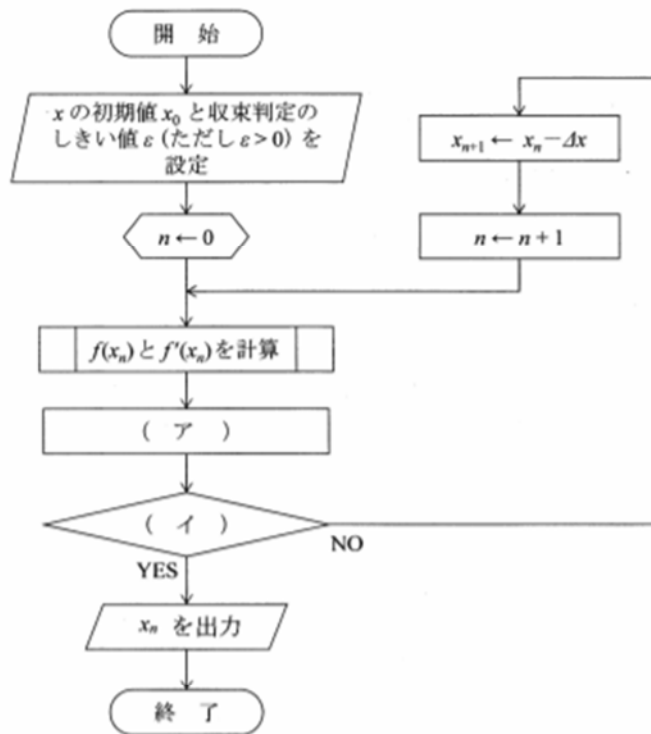


図 ニュートン・ラフソン法のフローチャート

- | エ | イ |
|--|----------------------------|
| ① $\Delta x \leftarrow f(x_n) \cdot f'(x_n)$ | $ \Delta x < \varepsilon$ |
| ② $\Delta x \leftarrow f(x_n) / f'(x_n)$ | $ \Delta x < \varepsilon$ |
| ③ $\Delta x \leftarrow f'(x_n) / f(x_n)$ | $ \Delta x < \varepsilon$ |
| ④ $\Delta x \leftarrow f(x_n) \cdot f'(x_n)$ | $ \Delta x > \varepsilon$ |
| ⑤ $\Delta x \leftarrow f(x_n) / f'(x_n)$ | $ \Delta x > \varepsilon$ |

H30-1-3-4 正答 ②

ニュートン法に関する問題です。

ニュートン法の計算原理を知っていること、そしてフローチャートへの理解があることが、本問題を解くために必要となります。

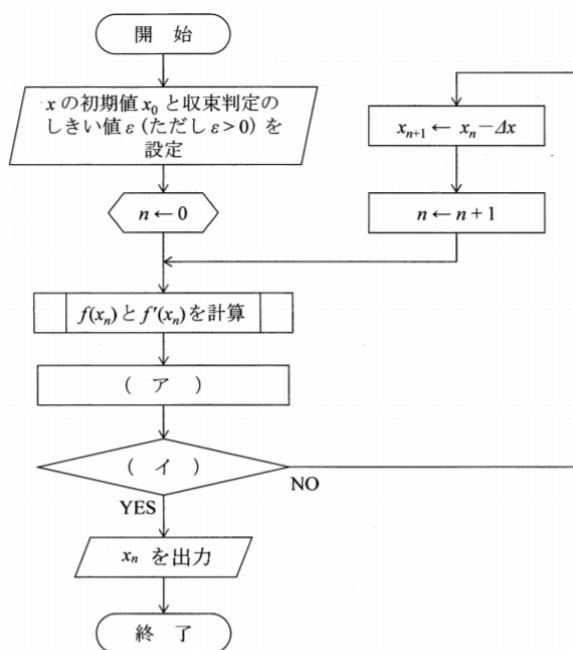
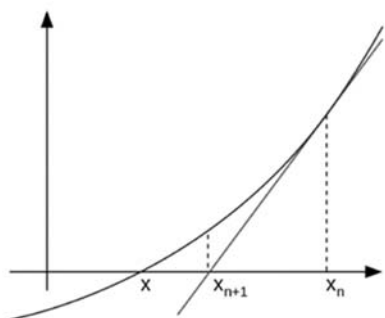


図 ニュートン・ラフソン法のフローチャート

図の x_n で曲線と接している直線は一

次式で、 $y = ax + b$ です。これを $y = f(x)$ とすると、 a は $x = x_n$ における傾きですから、 $a = f'(x_n)$ であり、

$$f(x_n) = f'(x_n) x_n + b \quad (\text{式1})$$

となります。

一方、 $f(x) = 0$ とすると x_{n+1} の点が求まり、

$$x_{n+1} = -b / f'(x_n) \quad (\text{式2})$$

です。

定義により

$$\Delta x = x_n - x_{n+1} \quad (\text{式3})$$

式1より

$$x_n = (f(x_n) - b) / f'(x_n)$$

従って、式3の Δx は

$$\Delta x = f(x_n) / f'(x_n)$$

これで正答は、②または⑤となります。

次に Δx ですが、図で x_{n+1} より垂線を上げ、 $f(x)$ と交わる点で曲線 $f(x)$ の接線を引きます。この直線が x 軸と交わったところが次のポイント x_{n+2} です。

この作業を続け、今回の x_n と次の x_{n+1} の差が、最初に設定したしきい値 ϵ より小さくなった時、 $f(x) = 0$ の解が求まったとして計算を終了します。計算の終了条件は

$|\Delta x| < \varepsilon$ であり、従って答は②となります。

この問題はニュートン法の原理を理解したうえで、フローチャートをたどりながら、「なるほど」と理解していただくより仕方がない問題だと思います。